

ӘОЖ 372.851-514.116

**М.Д. Кошанова, А.Б. Нұрмаханбет\***

т.ғ.к., доцент, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан,  
Қазақстан

магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан,  
Қазақстан

E-mail: [maira.koshanova@ayu.edu.kz](mailto:maira.koshanova@ayu.edu.kz)

\*Корреспондент авторы: [aida.nurmakhanbet@ayu.edu.kz](mailto:aida.nurmakhanbet@ayu.edu.kz)

## **ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІ ШЕШУДЕ ТРИАНГУЛЯЦИЯ ӘДІСІНІҢ КӨМЕГІМЕН ОҚУШЫЛАРДЫҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК DAҒДЫЛАРЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ**

### **Түйін**

Мектеп оқушыларының зерттеушілік дағдыларын қалыптастыра отырып, тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістерін оқытуда триангуляция әдісін ұсыну өзекті мәселе. Зерттеу жұмысының негізгі мақсаты - тригонометриялық теңдеулерді шешудің арнайы әдіс-тәсілдерін түйіндеу, тригонометриялық теңдеулердің қолжетімді түрлерін қамту сонымен қатар 10-сынып оқушыларының тригонометриялық теңдеулерді шешуге бағытталған есептер жиынтығын талқылау және тригонометриялық теңдеулерді шешуде оқушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру. Зерттеудің міндеті - 10-сынып оқушыларының тригонометриялық теңдеулерді шешу тақырыбына байланысты есептерді шешудің әдіс-тәсілдерін анықтай отырып, оқушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға бағытталған зерттеудің нәтижелерді қарастыру.

Ғылыми зерттеу жұмыстарын жүргізу кезінде сауалнама, оқыту, сұхбат, тестілеу, өзін-өзі бағалау сондай-ақ белсенді оқыту әдістері қолданылды. Зерттеулер нәтижесінде тригонометриялық теңдеулерді шешуде қолданылатын әрбір әдістің өзіндік ерекшелігі бар екендігі айқындалды. Оқушылар теңдеудің бастапқы берілгеніне қарап, жылдам қажетті әдістерді анықтап, зерттеушілік дағдылары ұлғайтылды. Ғылыми зерттеулердің нәтижесі тригонометриялық теңдеулерді оқытудың тиімді әдістемелік нұсқаулығын жасауда, сондай-ақ ұлттық бірыңғай тестілеудің есептерін шешуде нәтижеге жылдам қол жеткізудің әдісі ретінде қолданылуы мүмкін.

**Кілттік сөздер:** тригонометриялық теңдеулер, мектеп оқушылары, айнаымалыларға алмастыру әдісі, теңдеуді шешу әдістері, триангуляция әдісі

### **КІРІСПЕ**

«Тригонометриялық теңдеулерді шешу» тақырыбы - мектеп математика курсына ең күрделі тақырыптардың бірі. Тригонометриялық теңдеулерді шешу оқушылардың тригонометрия тарауы бойынша меңгерген бүкіл оқу материалына қатысты білімдерін толықтырудың тұжырымдамасын жасайды. Тригонометриялық теңдеулер планиметрия, стереометрия, астрономия, физика және басқа салалардың есептерін шешкен кезде пайда болады. Тригонометриялық теңдеулер мен алгебралық теңдеулер арасындағы негізгі айырмашылық: алгебралық теңдеулерде соңғы шешім сан болады, ал тригонометриялық теңдеулерде - шексіз сан, сондықтан бұл есепті шешуде қиындық тудырады [1].

Тригонометриялық теңдеулерді шешудің кез-келген әдісі, оларды оқушылар тез түсініп шеше алатын қарапайым түрдегі теңдеулерге келтіру үшін қолданылады. Алайда 10-11 сынып оқушыларын математикадан тестілеуге дайындауда, белгілі аралыққа жататын тригонометриялық теңдеудің түбірлерін таңдап алу қиындықтар туындатады. Ғылыми зерттеу жұмысында күрделі тригонометриялық теңдеулердің әдістемесін көрсетуге бағытталған мысалдар қарастырылады және тригонометриялық теңдеулерді шешудің түрлі әдістерін ұсыну зерттеудің өзектілігі болып табылады.

Мектеп математика курсына тригонометриялық теңдеулерді шешу тақырыбы «Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған»

оқулығында қарастырылады. Оқулықта тригонометриялық теңдеулерді шешудің келесі әдістері бар [2]:

- айнымалыны алмастыру және квадрат теңдеуге жақындату әдістері;
- көбейткіштерге жіктеу;
- біртекті тригонометриялық теңдеулер;
- дәрежені төмендету формулаларын қолдану арқылы тригонометриялық теңдеулерді шешу.

Отандық ғалымдар оқушылардың тригонометриялық теңдеулер туралы түсініктерін қалыптастыру мәселесін зерттеп, тригонометриялық теңдеулердің негізгі формулалары, шешу әдістері қарастырған [2].

Қазіргі таңға дейін тригонометриялық теңдеулерді шешу мәселесі ғалымдарды ойландырған күрделі мәселе болып табылады, осы тақырып аясында зерттеулер жүргізген ғалымдардың еңбектерінде 10-11 сыныптарға арналған «Алгебра және анализ бастамалары» оқулығының көмегімен тригонометриялық теңдеулерді зерттеу мақсаттарын ескере отырып, қарастырылған тақырыпқа байланысты оқытудың міндетті нәтижелері баяндалған, сонымен қатар талапкерлердің кез келген түрдегі тригонометриялық теңдеулерді шеше білу дағдыларын қалыптастыру жөнінде сипатталған [3].

Тригонометриялық теңдеулер тақырыбы бойынша есептерді шешуге үйретуді кезең-кезеңмен құрылуы керектігін, ол үшін: қарапайым тригонометриялық теңдеулерді шешу дағдыларын дамыту, содан кейін белгілі бір түрлердің тригонометриялық теңдеулерін шешу және тригонометриялық өрнектерді түрлендіру туралы білімді байытуға байланысты әр түрлі теңдеулерді шешуді ұсынғаны белгілі [4], сондай-ақ еңбекте осындай дәйектіліктің негіздемесі келтіріліп, тригонометриялық теңдеулердің мысалдары қарастырылған және оларды шешу әдістері жинақталған.

Тригонометриялық теңдеулердің кейбір түрлерін параметрлермен шешу әдісі баяндалған [5]. Тригонометриялық теңдеулер класын сипаттайтын қос алмастыру әдісі басқа әдістермен салыстырғанда орынды болатындығы және оның артықшылықтары қарастырылған.

Тригонометриялық мәселелермен жұмыс жасау кезінде оқушылар көптеген қиындықтарға тап болатындығы, бұл мәселе бойынша оқушыларды олардың жауаптарындағы қателіктермен бағалауға болатындығы, оқушылардың тригонометриялық теңдеулерге қатысты жіберетін қателерімен күресу жөнінде еңбекте баяндалған [6].

Ғылыми зерттеу жұмыстары барысында сауалнама жүргізіп, оқушылардың тригонометриялық теңдеулерді шешуде едәуір уақыт жоғалтып, нақты шешімге жету қиындыққа жолығатынын анықталды. Зерттеу нәтижелерін мұғалімдер тригонометриялық теңдеулерді оқытудың тиімді әдістемелік нұсқаулығын жасауда, сондай-ақ болашақта осы бағытта оқушылармен жүргізілетін ғылыми жобаларда қолдануға болады. Зерттеу бағытына байланысты психологиялық-педагогикалық және әдістемелік әдебиеттерді талдай отырып, оқу-әдістемелік құралдарды, оқулықтарды, дидактикалық материалдарды пайдаланып математикалық білім берудің теориясы анықталды.

## ӘДІСТЕМЕЛІК БӨЛІМ

Зерттеу нысаны – мектеп математика курсына тригонометриялық теңдеулерді оқыту, ғылыми зерттеу базасы ретінде №15 М.Жұмабаев атындағы мектеп-гимназиясы таңдалды. 31.01.2022-11.03.2022 уақыт аралығында эксперимент жүргізілді. Ғылыми әдіс ретінде оқыту, өзін-өзі бағалау сондай-ақ белсенді оқыту әдістері, ал эмпирикалық әдістерден - сауалнама, сұхбат, бақылау, салыстыру әдістері қолданылды.

10-сынып оқушыларынан тригонометриялық теңдеулерді қаншалықты меңгергендігін сауалнама барысында анықталды.

Тригонометриялық теңдеуді шешудің түрлі әдістерін оқушыларға түсіндіру үшін оқыту әдісі қолданылды. Бұл әдіс тақырыпты түсіндіруге, оқушылармен әңгімелесу арқылы сабақтың түсінбеген тұстарын талқылауға, көрнекіліктермен тақырыпты одан әрі толық ашуға мүмкіндік берді.

Тригонометриялық теңдеулерді шешудің әдістерін оқушылардың қалай игергендігін тестілеудің көмегімен бақыланды.

Тақырыпты терең оқытып, оқушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруда оқытудың белсенді әдістері маңызды рөл атқарды. Бұл әдіс арқылы оқушылар топтасып тапсырмаларды орындап, өзара мәліметтерді алмасып, сонымен қатар топтың әрбір мүшесі бір-бірімен тақырыпты талқылап, тақырып мазмұнын тереңірек ашуға мүмкіндікке ие болды.

Тригонометриялық теңдеуді шешу әдістері тақырыбын қорытындылау үшін 10-сынып оқушыларына өзін-өзі бағалау әдісі қолданылды, бұл әдіс оқушылардың тақырыпты қандай деңгейде түсінгендігін талқылауға мүмкіндік беретін алдыңғы қатарлы әдіс.

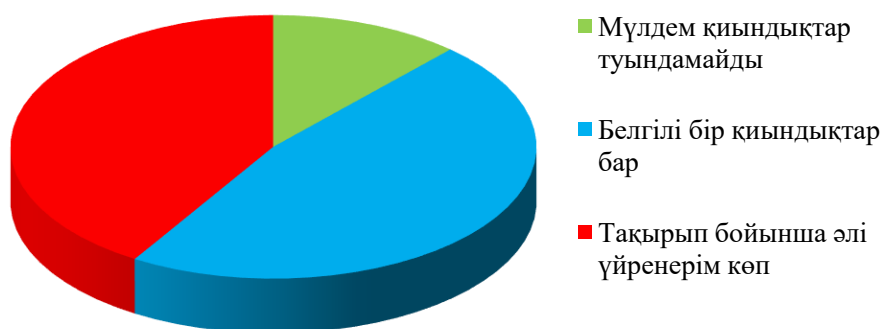
## НӘТИЖЕЛЕР

Зерттеу нәтижесінде оқушылар тригонометриялық теңдеулерді шешудің түрлі әдістеріне байланысты күрделі есептерді шешуді үйренді, сонымен қатар тақырыпты игеру барысында зерттеудің триангуляция әдісімен танысып, әдістің көмегімен тақырыпты меңгеру одан әрі жеңілдей түсті. Зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мақсатында оқушыларға берілген есепті қандай әдіспен шығаруға болатындығын талқылауға, өзіндік пікірін еш қорқынышсыз ұсынуға, берілген мәселені өз бетімен шешуге бағытталған жұмыстар жүргізілді. Оқушылардың тақырыпты игеру және де тәжірибелік жұмыстар жүргізу барысын, тест сұрақтары арқылы анықтап, қорытынды жасалынды. Жүргізілген жұмыстың тиімділігін анықтау үшін оқушыларға бақылау әдісі қолданылды. Алынған бақылау нәтижесінде зерттеуге қатысқан 10 А 32 оқушының 18-і жоғары деңгейде, 10 оқушы орта деңгейде, 4 оқушы қанағаттанарлықтай деңгейде түсінгендігін бағалап, пәнге деген қызығушылықтары оянғаны анықталынды.

## ТАЛДАУ ЖӘНЕ ТАЛҚЫЛАУ

«Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған» оқулығы бойынша оқушыларға тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері тақырыбын оқытуға 5 сағат бөлінген. Бұдан тақырыптың 10-сынып оқушылары үшін айтарлықтай күрделі екендігін байқауымызға болады. Зерттеу жүргізетін мектеп оқушыларының тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері тақырыбын қалай меңгергендігі сауалнама барысында анықталынды.

Тригонометриялық теңдеулерге байланысты есептерді шешуде қиындықтар туындайды ма?



Сурет 1 - Оқушылардың тригонометриялық теңдеулерді игеру нәтижелері

1-суретте көрсетілгендей, «Тригонометриялық теңдеулерге байланысты есептерді шешуде қиындықтар туындайды ма?» сұрағына оқушылардың 12,5%-«қиындықтар туындамайды» (4 оқушы), 50%-«белгілі бір қиындықтар бар» (16 оқушы), 37,5%-«тақырып бойынша әлі үйренерім көп» (12 оқушы) деп жауап берген. Бұл мәліметтерді диагностикалай

келе, оқушылар тригонометриялық теңдеулерді шешуде қиындықтарға жолығатынын анықталынды.

Ең алдымен зерттеу жұмысы оқушыларға тригонометриялық теңдеуді шешудің негізгі әдістерін мектеп оқулығы бойынша түсіндіру арқылы басталды [3]. Оқушылармен сұхбаттасып, әңгімелесу арқылы оқушылардың ойын еркін айтуға мүмкіндік алынды. Тақырыпты түсінбеген тұстарын оқыту әдістемесінің көмегімен талқыланды. Әдістеме барысында оқушыларға өткен тригонометрия формулаларын көрнекілік құралдармен еске түсіріп, тригонометриялық теңдеулерді шешудің әдістері тақырыбымен байланысын көрсете отырып, интерактивті тақта көмегімен осы тақырып бойынша ғалымдардың күрделі есептерді шешудің жолдары қалай ұсынғандығы түсіндірілді [8]. Тригонометриялық теңдеулердің болашақта ҰБТ-де кездесетінін оқушыларға түсіндіріп, тақырыпқа байланысты қосымша есептерді өздері жақсы білетін youtube, google секілді әлеуметтік желілерден қарап, қосымша онлайн тесттер тапсырып, білімдерін одан әрі шыңдап, зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру жолдары көрсетілді.

Күрделі тригонометриялық теңдеулерге келесідей мысалдар келтірілді.

**1-мысал.**  $3\sin^2 x - \sin 2x + 2\cos^4 x + 4\sin^4 x = 2$  (1) түрінде берілген теңдеуді *біртекті тригонометриялық теңдеуге келтіру әдісімен* шешу қажет [9].

Шешуі: Бұл жағдайда (1) теңдеудің сол жағы біртекті функция емес, ал оң жағында нөлден өзгеше сан бар. (1) теңдеуді келесідей түрлендіреміз:

$3\sin^2 x - 2\sin x \cos x$  өрнегін  $\sin^2 x + \cos^2 x \equiv 1$  теңдеуіне көбейтеміз де, ал оң жағы  $2 = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)^2$  теңдеуіне тең.

$$\begin{aligned} (3\sin^2 x - \sin 2x)(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 + \cos^4 x + 4\sin^4 x &= 2(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 \Leftrightarrow \\ 3\sin^4 x + 3\sin^2 x \cos^2 x - 2\sin^3 x \cos x - 2\sin x \cos^3 x + \cos^4 x + 4\sin^4 x &= \\ = 2\sin^4 x + 4\sin^2 x \cos^2 x + 2\cos^4 x \end{aligned} \quad (2)$$

немесе

$$\begin{aligned} 5\sin^4 x - 2\sin^3 x \cos x - \sin^2 x \cos^2 x - 2\sin x \cos^3 x &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 5\sin^3 x - 2\sin^2 x \cos x - 2\sin x \cos^2 x - 2\cos^3 x = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

(2) теңдеудің түбірі  $x = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  ал (3) теңдеу - үшінші дәрежелі біртекті теңдеуге тең және төмендегідей:

$$5t^3 - 2t^2 - t - 2 = 0 \quad (4)$$

мұндағы,  $t = \tan x$ .

(4) теңдеудегі қосылғыштарды қайта құру арқылы

$$(5t^3 - 5t^2) + (3t^2 - 3t) + (2t - 2) = 0 \Leftrightarrow (t-1)(5t^2 + 3t + 2) = 0 \quad (5)$$

теңдеуіне ие боламыз. Бұл теңдеудің тек бір ғана түбірі бар:  $t = 1$  яғни  $\tan x = 1 \Leftrightarrow$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

Жауабы:  $x_1 = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $x_2 = \frac{\pi}{4} + \pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .

**2-мысал.**  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  (6) теңдеуін көмекші бұрышты енгізу әдісі арқылы шешу қажет [9].

Шешуі: (6) теңдеудің екі жағын да  $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = 2$  бөлсек,

$$\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (7)$$

теңдеуіне ие боламыз.

$\cos \alpha = \frac{1}{2}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  екендігін қабылдаймыз, яғни  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  болғанда,

$$\cos \frac{\pi}{3} \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \quad (8)$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z \quad (9)$$

орынды.

$$\text{Жауабы: } x = -\frac{\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z$$

**3-мысал.**  $1 + \cos 4x = \frac{2}{\sin x}$  (10) тригонометриялық теңдеуінің сол жағын  $0 \leq 1 + \cos 4x \leq 2$

аралығында, барлық  $x \in R$  үшін, ал оң жағын  $\frac{2}{\sin x} \geq 2$  барлық  $x \in R$  үшін,  $\sin x > 0$  түрінде бағалау әдісін қолданып шешу керек [9].

Егер  $\sin x < 0$  болса, онда  $\frac{2}{\sin x} < 0$ , ал сол жақтағы  $(1 + \cos 4x)$  өрнегі барлық  $x \in R$  үшін теріс емес. Сондықтан  $x \in (-\pi + 2\pi k, \pi k)$ ,  $k \in Z$  үшін (10) теңдеудің шешімі болмайды.

Демек,  $x^*$  теңдеуінің шешімі болмаса, бір мезгілде келесі теңдеу орындалуы қажет:

$$\begin{cases} 1 + \cos 4x^* = 2 \\ \frac{2}{\sin x^*} = 2 \end{cases} \quad (11)$$

$x^*$  мәнінің бұл жағдайда бар екендігін көру қиын емес, және ол  $x^* = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in Z$  тең.

$$\text{Жауабы: } x^* = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

**4-мысал.**  $\sin 2x - 4(\sin x + \cos x) + 4 = 0$  (12) түріндегі тригонометриялық теңдеуді айнымалыларға алмастыру әдісінің көмегімен шешу қажет [9].

Шешуі:  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  тригонометрия формуласын қолдансақ,  $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 2 \sin x \cos x$ ,  $\sin 2x = (\sin x + \cos x)^2 - 1$  берілген (12) теңдеу келесідей түрге енеді:

$$\left( (\sin x + \cos x)^2 - 1 \right) - 4(\sin x + \cos x) + 4 = 0 \quad (13)$$

$$\sin x + \cos x = z \quad (14)$$

айнымалысын енгізейік,

$$(z^2 - 1) - 4 \cdot z + 4 = 0, \quad z^2 - 4z + 3 = 0, \quad z_1 = 1, \quad z_2 = 3 \quad (15)$$

Табылған (15) түбірлерді орындарына қойсақ:

$$1) \sin x + \cos x = 1, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x + \cos x = 3, \quad x \in \emptyset, \quad \sin x \leq 1, \quad \cos x \leq 1 \Rightarrow \sin x + \cos x \leq 2$$

$$\text{Жауабы: } x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**5-мысал.**  $\sin^2 x + \sin^2 3x = 1$  (16) тригонометриялық теңдеуін дәрежені төмендету әдісі арқылы шығару қажет [10].

Шешуі:  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$  формуласын берілген (16) теңдеуге қолданып,

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos 6x}{2} = 1 \quad (17) \text{ теңдеуін аламыз. } (17) \text{ теңдеуді ықшамдай келе, } -\cos 2x - \cos 6x = 0$$

$\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 6x = 0$  тригонометриялық формуланың қосу формуласын қолдансақ,

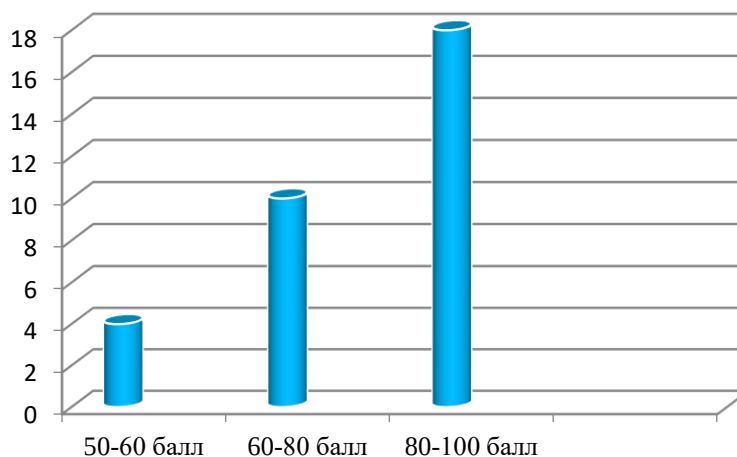
$2 \cos 4x \cdot \cos 2x = 0$  теңдеуге өзгереді де,  $\cos 4x \cdot \cos 2x = 0$  теңдеуі келіп шығады.

$$\cos 4x = 0, \quad 4x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \cos 2x = 0, \quad 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, & n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Оқыту әдістемесі бойынша оқушылардың жаңа тақырыпты қаншалықты меңгеріп, қабылдағанын анықтау мақсатында триангуляция әдісі қолданылды. Триангуляция әдісі тестілеу мәліметтері мен сұхбаттарды салыстыру арқылы жасалынады [11]. Зерттеу барысында ең алдымен бақылау әдістемесі жүзеге асырылды. Тригонометриялық теңдеудің негізгі әдістеріне байланысты 10 тапсырмаға негізделген тестілеу жұмысы жүргізіліп, тест тапсырмасын орындау кезінде тек нұсқаларды белгілеп қоймай, есепті толық шығарып, түсінбеген тұстарын жаза отырып, қай әдісті меңгеруде қиындыққа тап болғандығы анықталынды. Тестте әр сұраққа 10 ұпай берілді. 32 оқушының тест тапсырмасы бойынша нәтижесі (2-суретте) көрсетілген.



Сурет 2 - Оқушылардың тригонометриялық теңдеулердің әдістерін меңгеру нәтижесі

Тестілеу нәтижесінде оқушылардың 12,5%-ы (4 оқушы) 50-60 балл аралығында ұпай жинаған оқушылар тақырып бойынша әлі де қосымша мәліметтерді меңгеруі қажет екендігін көрсетті, 31,25%-ы (10 оқушы) 60-80 балл деңгейінде жауап беріп, қиындық тудырған сұрақтар бойынша жұмыс жасау керектігін, 56,25%-ы (18 оқушы) 80-100 балл аралығында ұпай жинаған оқушылар өте жақсы нәтиже көрсетті. Зерттеу нәтижелерін талдай отырып, тригонометриялық теңдеулерді оқытуда оң динамиканы атап өтуге болады.

Тестілеу бойынша 3 (А,Б,С) оқушының бір есепке берген жауабы талқыланды. Оқушылардың жауаптарын талдау үшін А,Б,С оқушылардан сұхбат алынды. Сұхбаттың мақсаты - сұрақ-жауап арқылы оқушылардың қателескен тұстарын талқылау және де есептің қай жерінен қателік жібергендігін анықтай отырып, өздерінің берген жауаптарына сенімділіктерін тексеру. Оқушылар алмастыру әдісін қолдану барысында қателік жібергендігі анықталынды, есепті шешу барысында алмастыру енгізіп, квадрат теңдеуді шешіп, бастапқы теңдеудің орнына табылған мәнді қоюда қиындық тудырған. Бұл мәселені шешу үшін оқушыларға алмастыру әдісіне байланысты [12] шығарылу жолдарымен берілген түрлі есептер көрсетілді.

Оқушылар болашақта тригонометриялық теңдеулерді шешудің негізгі әдістерін ұмытпай, сондай-ақ есептің берілгенін көргенде қай әдісті қолдану керектігін бірден еске түсіруі үшін, осы тақырып аясында алдағы уақытта есеп кездескен жағдайда бағыт-бағдар беру үшін оқушыларға арнайы карточка ұсынылды. Карточкада тригонометриялық теңдеуді шешу әдістерінің жолдары [13] мысалдармен ықшамдалып келтірілген.

Зерттеу нәтижесінде оқушылар тригонометриялық теңдеулерді шешудің түрлі әдістеріне байланысты күрделі есептерді шешуді үйренді, сонымен қатар тақырыпты игеру барысында зерттеудің триангуляция әдісімен танысып, әдістің көмегімен тақырыпты меңгеру одан әрі жеңілдей түсті.

### ҚОРЫТЫНДЫ

Тригонометриялық есептеулер, оның ішінде тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері қолданбалы ғылымдарда айтарлықтай жиі қолданылады, сондықтан тригонометриялық теңдеулер орта мектептің бағдарламаларында маңызды тақырып.

№15 М.Жұмабаев атындағы мектеп-гимназиясының жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сынып оқушыларына «Тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістерін» оқытудың әдістемесі көрсетілді және ұсынылған әдістің тиімділігі тәжірибе жүзінде тексерілді. 10-сыныптың 32 оқушысына тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері түсіндірілді, оқушылардың тақырыпты игеру нәтижесін тексеру үшін триангуляция әдісі қолданылды. Бұл әдістің тиімділігі оқушылар тек есепті шешіп қоймай, сұхбат алып,

сұрақтарға жауап беру кезінде олардың тапсырма барысында қателескен тұстарын анықтап, ұсынған жауаптарын талқылай отырып, жіберілген қателіктермен жұмыс жасап, тақырыпты терең оқытуға мүмкіндік алынады. Тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістерін оқытуда оқушылардың білімін арттыруға бағытталған теориялық және практикалық зерттеулердің нәтижесінде оқушылардың 12,5%-ы тақырып бойынша әлі де қосымша мәліметтерді меңгеруі қажет екендігі, 31,25%-ы қиындық тудырған сұрақтар бойынша жұмыс жасау керектігі, 56,25%-ы жоғары көрсеткішке ие бола отырып, тақырыпты түсінгендігі анықталды.

Ғылыми зерттеу жұмысында мектеп оқулығында кездеспейтін күрделі тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері ұсынылды.

Ғылыми зерттеу нәтижелері келешекте математика пәнінің оқытушылары үшін оқыту процессін жүргізудегі тиімді әдістемелік құрал ретінде, сондай-ақ дарынды оқушыларды ғылыми жобаларға даярлау барысында бағыт-бағдар беретін көмекші оқыту материалы ретінде қолданылуы мүмкін.

### Әдебиеттер тізімі

1. Istadi, Kusmayadi T.A., Sujadi I. Students' mathematical representations on secondary school in solving trigonometric problems // J. International Conference on Mathematics: Education, Theory and Application. – 2021. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/855/1/012021>
2. Әбілқасымов А.Е., Кучер Т.П., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған Алгебра және анализ бастамалары оқулығы. 2–бөлім. – Алматы: Мектеп баспасы, 2019. – 176 б.
3. Сафонова А.С. Методика обучения теме решение тригонометрических уравнений в общеобразовательном и профильном курсе математики. - Белгород, 2017. - 73 с. Режим доступа: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/31561>
4. Костюченко Р.Ю. Алгоритмический подход к обучению школьников решению тригонометрических уравнений // J. Pedagogy. Psychology. Innovations in the field of education. – 2015. - SECTION 21. DOI: <https://doi.org/10.15863/TAS>
5. Гузаиров Г.М., Мунасыпов Н.А., Сафарова А.Д., Черемисина М.И. Двойная подстановка в тригонометрических уравнениях // Ж. Мир науки, культуры, образования. - 2020. - № 3.(82). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/dvoynaya-podstanovka-v-trigonometricheskikh-uravneniyah>
6. Fahrudin D., Mardiyana and Pramudya I. Profile of students' errors in trigonometry equations // IOP Journal of Physics: Conference Series. – 2019. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012044>
7. Келдибекова А.О. Базовые принципы решения олимпиадных заданий по тригонометрии // J. Pedagogical sciences (13.00.00). international journal of experimental education. - 2018. - № 9.
8. Новиков А.И. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства. - Москва: Физматлит, 2010. - 260 с.
9. Гончарова З.Г., Дёмина Т.Ю., Неискашова Е.В., Демин В.В. Один из методов отбора корней при решении тригонометрических уравнений. // Ж. Управление образованием: теория и практика. Education Management Review. - 2021. - Том 11. - №3. - Issue 3.
10. Rohimah S.M., Prabawanto S. Students' difficulties in solving trigonometric equations and identities. // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032002>
11. Нурбаева Д.М., Нурмухамедова Ж.М., Ералиев С., Косанов Б.М. О развитии мышления учащихся при решении тригонометрических уравнений и неравенств в школьном курсе алгебры. // Ж. Вестник КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки». – 2020. - 138–143 с. - №1(69). DOI: <https://doi.org/10.51889/2020-1.1728-7901.23>
12. Hadi W., Faradillah A. Application of Discovery Learning Method in Mathematical Proof of Students in Trigonometry // J. Desimal: Jurnal Matematika. – 2020. – Vol. 3. - № 1. - P.73-82. DOI: <https://doi.org/10.24042/djm>



## References

1. Istadi, Kusmayadi T.A., Sujadi I. Students' mathematical representations on secondary school in solving trigonometric problems // J. International Conference on Mathematics: Education, Theory and Application. – 2021. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/855/1/012021>
2. Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.Р., Корчевский В.Е., Жұмарылова З.Ә. Zhalpy bilim beretin mekteptiң zharatylystanu-matematika barytyndary 10-synybyna arnalған Algebra zhәne analiz bastamalary оқулығы. 2–bөlim. – Almaty: Mektep baspasy, 2019. – 176 b.
3. Safonova A.S. Metodika obuchenija teme reshenie trigonometricheskikh uravnenij v obshheobrazovatel'nom i profil'nom kurse matematiki. - Belgorod, 2017. - 73 s. Rezhim dostupa: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/31561>
4. Kostjuchenko R.Ju. Algoritmicheskij podhod k obucheniju shkol'nikov resheniju trigonometricheskikh uravnenij // J. Pedagogy. Psychology. Innovations in the field of education. – 2015. - SECTION 21. DOI: <https://doi.org/10.15863/TAS>
5. Guzairov G.M., Munasypov N.A., Safarova A.D., Cheremisina M.I. Dvojnaja podstanovka v trigonometricheskikh uravnenijah // Zh. Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya. - 2020. - № 3.(82). Rezhim dostupa: <https://cyberleninka.ru/article/n/dvoynaya-podstanovka-v-trigonometricheskikh-uravneniyah>
6. Fahrudin D., Mardiyana and Pramudya I. Profile of students' errors in trigonometry equations // IOP Journal of Physics: Conference Series. – 2019. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012044>
7. Keldibekova A.O. Bazovye principy resheniya olimpiadnyh zadaniy po trigonometrii // J. Pedagogical sciences (13.00.00). international journal of experimental education. - 2018. - № 9.
8. Novikov A.I. Trigonometricheskie funkicii, uravneniya i neravenstva. - Moskva: Fizmatlit, 2010. - 260 s.
9. Goncharova Z.G., Djomina T.Ju., Neiskashova E.V., Demin V.V. Odin iz metodov otbora kornej pri reshenii trigonometricheskikh uravnenij. // Zh.Upravlenie obrazovaniem: teoriya i praktika. Education Management Review. - 2021. - Tom 11. - №3. - Issue 3.
10. Rohimah S.M., Prabawanto S. Students' difficulties in solving trigonometric equations and identities. // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032002>
11. Nurbaeva D.M., Nurmuhamedova Zh.M., Eraliev S., Kosanov B.M. O razvitii myshleniya uchashhihsya pri reshenii trigonometricheskikh uravnenij i neravenstv v shkol'nom kurse algebrы. // Zh. Vestnik KazNPU im. Abaja, seriya «Fiziko-matematicheskie nauki». – 2020. -138–143 s. - №1(69). DOI: <https://doi.org/10.51889/2020-1.1728-7901.23>
12. Hadi W., Faradillah A. Application of Discovery Learning Method in Mathematical Proof of Students in Trigonometry // J. Desimal: Jurnal Matematika. – 2020. – Vol. 3. - № 1. - P.73-82. DOI: <https://doi.org/10.24042/djm>

**М.Д. Кошанова, А.Б. Нурмаханбет\***

к.т.н., доцент, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмета Ясави,  
Туркестан, Казахстан

магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмета Ясави, Туркестан,  
Казахстан

E-mail: [maira.koshanova@ayu.edu.kz](mailto:maira.koshanova@ayu.edu.kz)

\*Автор для корреспонденции: [aida.nurmakhanbet@ayu.edu.kz](mailto:aida.nurmakhanbet@ayu.edu.kz)

## **ФОРМИРОВАНИЕ У СТУДЕНТОВ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ НАВЫКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ТРИАНГУЛЯЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

### **Аннотация**

Использование метода триангуляции в обучении методам решения тригонометрических

уравнений при формировании исследовательских умений школьников является актуальным вопросом. Основная цель исследовательской работы – обобщить специальные методы решения тригонометрических уравнений, охватить имеющиеся виды тригонометрических уравнений, а также обсудить комплекс задач, направленных на решение тригонометрических уравнений учащихся 10-х классов и сформировать исследовательскую навыки учащихся в решении тригонометрических уравнений. Задачей исследования является рассмотрение результатов исследования, направленного на формирование исследовательских умений учащихся, определение методов решения задач, связанных с темой решения тригонометрических уравнений учащихся 10-х классов.

При проведении научных исследований применялись опросы, тренинги, интервью, тестирование, самооценка, а также активные методы обучения. В результате исследований было определено, что каждый метод, применяемый при решении тригонометрических уравнений, имеет свои особенности. Студенты посмотрели на исходное уравнение, быстро определили необходимые методы и повысили свои исследовательские навыки. Результаты научных исследований могут быть использованы при создании эффективного методического пособия по обучению тригонометрическим уравнениям, а также при решении задач национального единого теста как метода быстрого достижения результатов.

**Ключевые слова:** тригонометрические уравнения, школьники, метод подстановки переменных, методы решения уравнений, метод триангуляции.

**M.D. Koshanova, A.B. Nurmakhanbet\***

Cand.Tech.Sci., Associate Professor, Khoja Akhmet Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan

Master's student, Khoja Akhmet Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan

E-mail: maira.koshanova@ayu.edu.kz

\*Corresponding author's email: aida.nurmakhanbet@ayu.edu.kz

## **FORMATION OF STUDENTS' RESEARCH SKILLS USING THE TRIANGULATION METHOD IN SOLVING TRIGONOMETRIC EQUATIONS**

### **Abstract**

Presenting the triangulation method in teaching the methods of solving trigonometric equations while forming the research skills of schoolchildren is an actual issue. The main purpose of the research work is to summarize the special methods of solving trigonometric equations, to cover the available types of trigonometric equations, as well as to discuss the set of problems aimed at solving trigonometric equations of 10th grade students and to form the research skills of students in solving trigonometric equations. The task of the research is to consider the results of the research aimed at forming the research skills of students, determining the methods of solving problems related to the topic of solving trigonometric equations of 10th grade students.

Surveys, training, interviews, testing, self-assessment, as well as active learning methods were used during the conduct of scientific research. As a result of research, it was determined that each method used in solving trigonometric equations has its own characteristics. Students looked at the original equation, quickly determined the necessary methods, and increased their research skills. The results of scientific research can be used in the creation of an effective methodological guide for teaching trigonometric equations, as well as in solving the problems of the national unified test as a method of quickly achieving results.

**Keywords:** trigonometric equations, schoolchildren, method of substitution for variables, methods of solving equations, triangulation method.