

**ИНФОРМАТИКА, IT-ТЕХНОЛОГИЯЛАР  
ИНФОРМАТИКА, IT-ТЕХНОЛОГИИ  
COMPUTER SCIENCE, INFORMATION TECHNOLOGIES**

УДК 532.529

**Т.Р. Аманбаев\*, Г.А. Бесбаев, Ж.Д. Изтаев, Г.Е. Тилеуов, Н.А. Абдусалиев**

д.ф.-м.н., профессор, ЮКУ им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

к.ф.-м.н., ассоциированный профессор, ЮКУ им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

к.п.н., доцент, ЮКУ им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

магистр, старший преподаватель, ЮКУ им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

магистр, преподаватель, ЮКУ им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

\*Автор для корреспонденции: [tulegen\\_amanbaev@mail.ru](mailto:tulegen_amanbaev@mail.ru)

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ВЫЕМКОЙ,  
ЗАПОЛНЕННОЙ ДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ**

**Аннотация**

Численно исследовано течение газа в плоских ударных волнах, скользящих вдоль непроницаемой поверхности при наличии на ней выемки прямоугольной формы, в которой во взвешенном состоянии находятся твердые дисперсные частицы. Для моделирования движения газа с частицами (газовзвеси) использованы уравнения механики многофазных сред. При этом газовая фаза считалась идеальной и калорически совершенной, а частицы дисперсной фазы – несжимаемыми и монодисперсными. Установлены некоторые закономерности поведения пылевого облака в полости при взаимодействии нестационарной ударной волны с треугольным профилем скорости с выемкой. Построены поля вектора скорости в окрестности полости, показывающие появление внутри полости вихревых течений. Показано, что в результате взаимодействия ударной волны с выемкой дисперсные частицы вовлекаясь течением газа, покидают область выемки.

**Ключевые слова:** ударная волна, двухфазное течение, обтекание выемки.

**Введение**

Исследованию обтекания выемок потоком газа посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1–5]). В [1] проведены расчеты нестационарных течений в прямоугольных кавернах при сверхзвуковом внешнем обтекании в рамках модели идеального сжимаемого газа. Уравнения Эйлера интегрируются с помощью конечноразностного метода Годунова для чисел Маха  $M = 2 \div 5$  при различных отношениях ширины полости к ее глубине. Проведено сравнение полученных результатов с известными расчетными и экспериментальными данными. Экспериментальному исследованию нестационарного взаимодействия ударной волны и спутного потока с выемкой посвящена работа [2]. На основе анализа теневых и интерференционных картин, а также измерений давления пьезодатчиками изучено распространение плоской ударной волны при числах Маха  $M = 1.2 \div 5.0$  над мелкой прямоугольной выемкой. В [3] проведена серия расчетов сверхзвукового ( $M = 1.03 \div 1.30$ ) обтекания каверн различной глубины потоком вязкого сжимаемого газа на основе кинетически согласованных разностных схем с коррекцией. Рассматривалась двумерная постановка задачи с ламинарным режимом течения. Изучались течения в каверне открытого и закрытого типа. Рассчитаны тепловые потоки на дне и стенках каверны. Вместе с тем почти не изучено обтекание выемок нестационарными потоками газа в ударных волнах с треугольным профилем скорости. По-видимому, это связано с тем, что нестационарные ударные волны с треугольным профилем скорости относятся к так называемому взрывному, или импульсному типу волн, реализация которого в экспериментах трудноосуществима.

Данная работа посвящена численному моделированию процесса взаимодействия плоских нестационарных ударных волн с выемкой при наличии в ней облака диспергированных частиц.

### Уравнения движения и постановка задачи

Примем основные допущения механики многофазных сред [6]. Кроме того, будем полагать, что частицы сферические, монодисперсные, несжимаемые, между собой не сталкиваются, не дробятся и имеют постоянную теплоемкость. Газ считаем идеальным и калорически совершенным (эффекты вязкости и теплопроводности проявляются лишь в процессах взаимодействия газа с частицами). Задача рассматривается в двумерной плоской постановке.

В рамках принятых допущений уравнения плоского двумерного движения двухфазной газовой смеси частиц имеют вид [6] (в декартовой системе координат,  $y$ )

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 u_1 v_1}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - n f_x, & \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} - n f_y, \\ \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 u_2 v_2}{\partial y} &= n f_x, & \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 v_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial y} &= n f_y, \\ \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 e_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2 e_2}{\partial y} &= n q, \\ \frac{\partial (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 \mathbf{v}_1 E_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2 + \alpha_1 \mathbf{v}_1 p + \alpha_2 \mathbf{v}_2 p) &= 0, \\ p &= \rho_1 R_1 T_1, \quad E_i = e_i + \mathbf{v}_i^2 / 2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad i=1,2. \end{aligned}$$

Здесь нижние индексы 1, 2 соответствуют параметрам несущей и дисперсной фаз,  $\rho_i$ ,  $\rho^0$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $e_i$ ,  $E_i$ ,  $T_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $c_i$  — приведенные и истинные (отмечены верхним индексом “0”) плотности, векторы скоростей ( $u_i$ ,  $v_i$  — их компоненты по осям  $x$  и  $y$ ), внутренние и полные энергии, а также температуры, объемные доли и теплоемкости газа и частиц;  $p$ ,  $R_1$  — давление газа и газовая постоянная;  $n$ ,  $d$  — число частиц в единице объема смеси и их диаметр;  $f$ ,  $q$  — сила аэродинамического взаимодействия газа и частицы ( $f_x$ ,  $f_y$  — ее составляющие по осям  $x$  и  $y$ ) и интенсивность их теплообмена. Законы межфазных силовых и тепловых взаимодействий зададим в форме [6].

Начальные и граничные условия: параметры газа перед фронтом ударной волны (отмечены нижним индексом 0) и за ним (обозначены индексом  $f$ ) связаны соотношениями Ренкина — Гюгонио [6]

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{1f}}{\rho_{10}} &= \frac{(\gamma+1)M^2}{2 + (\gamma-1)M^2}, \\ \frac{u_{1f}}{d_{10}} &= \frac{2\left(M - \frac{1}{M}\right)}{(\gamma+1)}, \quad \frac{p_f}{p_0} = \frac{(2\gamma M^2 - \gamma + 1)}{(\gamma+1)}, \end{aligned}$$

где  $M$  — число Маха (интенсивность) переднего скачка (фронта) ударной волны. Зададим распределение параметров возмущенного газа за фронтом волны в начальный момент времени  $t=0$ , полагая профиль скорости за скачком прямолинейным, а состояние среды из

энтропическим [6]. Такое распределение параметров соответствует простой волне Римана в момент образования переднего скачка (разрыва). Таким образом, за фронтом ударной волны имеем

$$u_1 = \frac{u_{1f}x}{x_f}, v_1 = 0, p = p_f \xi^\gamma, \rho_1 = \rho_{1f} \xi, (x, y) \in S,$$

$$v_1 = 0, p = p_0, \rho_1 = \rho_{10}, \rho_2 = 0, (x, y) \in P,$$

$$v_1, v_2 = 0, p = p_1^\circ, \rho^\circ = \rho_{10}, \rho_2 = \rho_{20}, T_2 = T_{20}, (x, y) \in W,$$

$$S = \{x < x_f, y \geq h\}, W = \{x \geq x_f, y \geq h\}, W = \{x_1 < x < x_2, 0 \leq y \leq h\}$$

$$\xi = \left[ \frac{1 - (\gamma - 1)(u_{1f} - u_1)}{(2a_{1f})} \right]^{\frac{2}{(\gamma - 1)}}$$

Здесь  $h$  — глубина выемки;  $x_f, x_1, x_2$  — координаты (по оси  $x$ ) фронта волны, передней и задней границ выемки;  $S$  — область возмущенного газа за волной;  $P$  — зона над выемкой;  $W$  — область, занимаемая выемкой. Схема задачи, соответствующая начальному моменту времени, показана на рис. 1. На левой жесткой границе и на твердой поверхности для газа примем условие не протекания, а для частиц — условие свободного стока, моделирующее их выпадение на поверхность при абсолютно неупругом соударении.

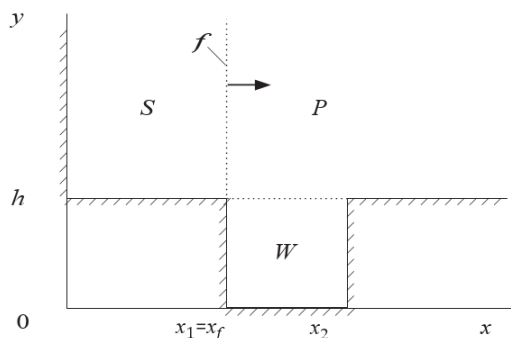


Рис. 1. Схема задачи, соответствующая начальному моменту времени:  
 $P$  — невозмущенный воздух;  $W$  — выемка, заполненная смесью воздуха и частиц;  
 $S$  — зона возмущения;  $f$  — фронт ударной волны

### Некоторые результаты расчетов

Для численного решения поставленной задачи использован модифицированный метод крупных частиц [6-8]. Точность расчетов контролировалась путем двойного пересчета с уменьшенными в два раза шагами по времени и координатам. Оптимальный шаг счета устанавливался критериями устойчивости и необходимой точности расчета процессов межфазного взаимодействия.

Ниже приведен пример расчета течения за фронтом ударной волны с интенсивностью, характеризуемой числом Маха переднего фронта  $M = 4.2$ , при начальной длине импульса 0.45 м. Глубина  $h$  и ширина  $l$  выемки с дисперсной фазой составляли 0.13 м. В начальный момент времени фронт ударной волны примыкал к передней границе выемки. Расчеты проводились для воздуха и частиц графита. При этом считалось, что в момент времени  $t=0$  дисперсная и несущая фазы в полости находятся в термодинамическом равновесии при нормальных

условиях. Диаметр частиц  $d = 60$  мкм, их массовая доля в выемке равна 1. Заметим, что в зависимости от отношения  $k = l/h$  существует две структуры течения: замкнутая и открытая. Когда параметр  $k$  превышает некоторое критическое значение  $k_*$ , поток присоединяется к поверхности дна полости (замкнутая структура). Если  $k < k_*$ , образуется единая зона с циркуляционным течением, т.е. реализуется открытая структура. Установлено, что в случае стационарного сверхзвукового обтекания выемки  $k_* \approx 10$  [4]. В рассматриваемом случае результаты расчетов соответствуют открытой структуре.

На рис. 2 показано поле вектора скорости газа в различные моменты времени. Следует отметить, что в моменты времени  $t = 0.25, 0.5, 1$  и  $2$  мс фронт ударной волны находился на расстоянии от задней кромки выемки, приблизительно равном  $h, 3h, 7h$  и  $14h$  соответственно. Видно, что вначале, когда фронт волны проходит зону выемки, газ с большой скоростью втекает в нее. Внутри каверны образуется вихревое течение. Когда волна уходит далеко вперед, давление газа над выемкой из-за не стационарности волны не очень высокое, и за счет поперечного градиента давления газ движется из выемки в область основного течения (рис. 2, *b*). При этом над полостью образуется слабая вторичная волна уплотнения. Следует отметить, что к моменту времени  $t = 2$  мс над выемкой формируется сложное течение с вихреобразованием, причем вблизи поверхности за задней кромкой каверны газ течет в направлении, противоположном направлению движения фронта волны, и вновь втекает в выемку, где уже образовалась зона разрежения (рис. 2, *d*).

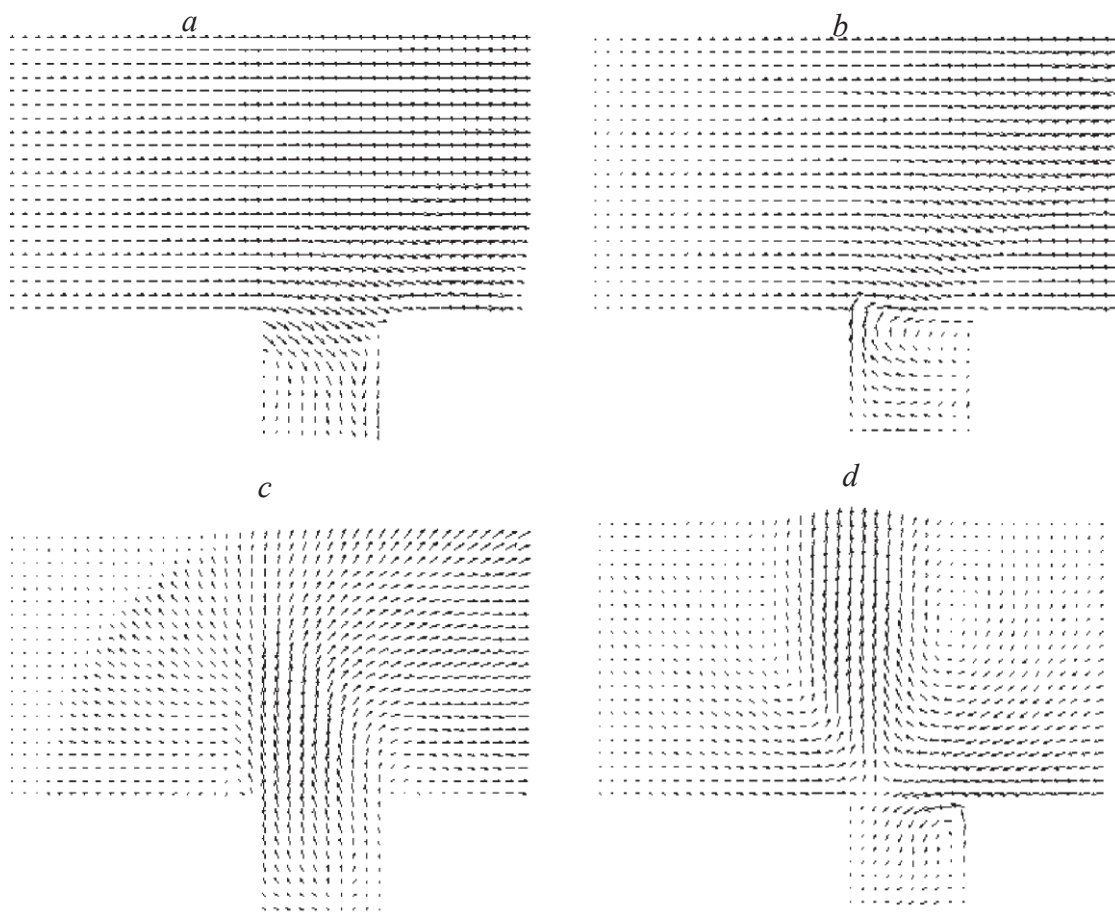


Рис. 2. Поле вектора скорости газа в различные моменты времени:

$a - t = 0.25$  мс;  $b - t = 0.5$  мс;  $c - t = 1$  мс;  $d - t = 2$  мс

Получено распределение безразмерной приведенной плотности дисперсной фазы на дне выемки в различные моменты времени. Установлено, что вначале, когда разгоняющийся за

волной газ с большой скоростью втекает в каверну, при этом частицы под действием потока газа движутся вниз, так что зона, занимаемая дисперсной фазой, сжимается и плотность частиц в ней существенно возрастает. В частности, к моменту времени  $t = 0.5$  мс плотность частиц на дне вблизи передней стенки почти в 1.7 раза больше первоначальной. Отметим немонокотность распределения плотности дисперсной фазы (с двумя характерными максимумами вблизи передней и задней стенок) в указанный момент времени. С течением времени, увлекаясь потоком газа, направленным из выемки, частицы покидают ее и поднимаются на значительную высоту. При этом их плотность внутри каверны существенно уменьшается. В моменты времени  $t=1$  и 2 мс плотность дисперсной фазы на дне вблизи передней стенки выемки значительно выше, чем вблизи задней стенки. К моменту  $t=2$  мс дисперсная фаза почти полностью покидает область каверны.

В момент времени  $t=0.25$  мс давление на дне существенно неравномерно, причем вблизи задней стенки оно намного выше, чем вблизи передней. В более поздние моменты, когда фронт волны уходит далеко вперед от выемки, давление на дне почти однородное и к моменту  $t=2$  мс приблизительно равно первоначальному давлению в невозмущенном газе.

Таким образом, обнаружено, что при прохождении ударной волны над запыленной полостью пылевое облако под действием потока газа, втекающего в выемку, сначала сильно сжимается. Через некоторое время (когда волна уходит далеко вперед) пылевые частицы, увлекаемые потоком газа, возникающим за счет поперечного градиента давления, поднимаются вверх и покидают выемку. Внутри каверны в течение некоторого промежутка времени формируется вихревое движение газа. Однако в отличие от стационарного обтекания оно со временем переходит в направленное вверх течение.

### Список литературы

1. Заугольников Н.Л., Коваль М.А., Швеи А.И. Пульсации потока газавкавернах присверх звуковом обтекании //Изв.АНСССР. Механика жидкости и газа. 1990. №2. С. 121–127.
2. Граур И.А., Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Численное моделирование обтекания кавернс верх звуковым потоком вязкого сжимаемого газа //Инж.-физ.журн.1991.Т.61, №4. С. 570–577.
3. Kim I., Chokani N. Navier-Stokes study of super sonic cavity flow field with passive control // J. Aircraft. 1992. V.29, N2. P.217–223.
4. Бедарев И.А., Гостеев Ю.А., Федоров А.В. Расчет подъема частиц из каверны, инициированного прохождением ударной волны // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48, № 1, С. 24–34.
5. Садин Д.В. Численные сценарии динамики неравномерного по ширине слоя газавзвеси, ускоряемого проходящей ударной волной // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2021. Т. 14, № 2. С. 53–64. DOI: 10.18721/JPM.14205
6. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 465 с.
7. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 425 с.
8. Губайдуллин А.А., Ивандеев А.И., Нигматулин Р.И. Модифицированный метод “крупных частиц” для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журн. выч. матем. и мат. физ. 1977. Т. 17, № 6. С. 1531–1544.

### References

1. Zaugol'nikov N.L., Koval' M.A., Shvec A.I. Pul'sacii potoka gazavkavernah prisverh zvukovom obtekanii //Izv.ANSSSR. Mehanika zhidkosti i gaza. 1990. №2. S. 121–127.
2. Graur I.A., Elizarova T.G., Chetverushkin B.N. Chislennoe modelirovanie obtekanija kaverns verh zvukovym potokom vjzkogo szhimaемого газа //Inzh.-fiz.zhurn.1991.Т.61, №4. S. 570–577.

3. Kim I., Chokani N. Navier-Stokes study of super sonic cavity flow field with passive control // J. Aircraft. 1992. V. 29, N2. P. 217–223.
4. Bedarev I. A., Gosteev Ju. A., Fedorov A. V. Raschet pod#ema chastic iz kaverny, iniciirovannogo prohozhdeniem udarnoj volny // Prikladnaja mehanika i tehničeskaja fizika. 2007. T. 48, № 1, S. 24–34.
5. Sadin D. V. Chislennye scenarii dinamiki neravnomernogo po shirine sloja gazovzvesi, uskorjaemogo prohodjashhej udarnoj volnoj // Nauchno-tehničeskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politehničeskogo universiteta. Fiziko-matematičeskie nauki. 2021. T. 14, № 2. S. 53–64. DOI: 10.18721/JPM.14205
6. Nigmatulin R. I. Dinamika mnogofaznyh sred. M.: Nauka, 1987. 465 s.
7. Belocerkovskij O. M., Davydov Ju. M. Metod krupnyh chastic v gazovoj dinamike. M.: Nauka, 1982. 425 s.
8. Gubajdullin A. A., Ivandaev A. I., Nigmatulin R. I. Modificirovannyj metod “krupnyh chastic” dlja rasčeta nestacionarnyh volnovyh processov v mnogofaznyh dispersnyh sredah // Zhurn. vych. matem. i mat. fiz. 1977. T. 17, № 6. S. 1531–1544.

**Т.Р. Аманбаев\*, Г.А. Бесбаев, Ж.Д. Изтаев, Г.Е. Тилеуов, Н.А. Абдусалиев**

ф.-м.ғ.д., профессор, М. Әуезов атындағы ОҚУ, Шымкент, Қазақстан  
ф.-м.ғ.к., қауымдастырылған профессор, М. Әуезов атындағы ОҚУ, Шымкент, Қазақстан  
п.ғ.к., қауымдастырылған профессор, М. Әуезов атындағы ОҚУ, Шымкент, Қазақстан  
магистр, аға оқытушы, М. Әуезов атындағы ОҚУ, Шымкент, Қазақстан  
магистр, оқытушы, М. Әуезов атындағы ОҚУ, Шымкент, Қазақстан

\*Корреспондент авторы: tulegen\_amanbaev@mail.ru

## **ӨТПЕШЕ СЕРПЕТ ТОЛҚЫНЫНЫҢ ШАҒЫЛҒАН БӨЛШЕКТЕРМЕН ТОЛТЫРЫЛҒАН ҚУЫСПЕН ӨЗАРА ӘСЕРЛЕСУІ**

### **Түйін**

Суспензия күйінде қатты дисперсті бөлшектер болатын тікбұрышты пішінді ойық болған кезде, өтпейтін бет бойымен сырғанайтын жазық соққы толқындарындағы газдың ағымы сандық түрде зерттелді. Бөлшектермен (газ суспензиясымен) газ қозғалысын модельдеу үшін көп фазалы орта механикасының теңдеулері қолданылады. Сонымен қатар, газ фазасы идеалды және калориялы болып саналды, ал дисперсті фазаның бөлшектері сығылмайтын және монодисперсті болып саналды. Стационарлық емес соққы толқыны үшбұрышты жылдамдық профилімен ойықпен әрекеттескен кезде қуыста шаң бұлтының кейбір мінез-құлық үлгілері орнатылған. Қуыс ішіндегі құйынды ағындардың пайда болуын көрсететін қуыстың маңында жылдамдық векторының өрістері салынған. Соққы толқынының ойықпен өзара әрекеттесуі нәтижесінде көрсетілген дисперсті бөлшектер газ ағынына қатысып, ойық аймағынан шығады.

**Кілттік сөздер:** соққы толқыны, екі фазалы ағын, қуыс ағыны.

**T.R. Amanbaev\*, G.A. Besbaev, Zh.D. Iztaev, G.E. Tileuov, N.A. Abdusaliev**

Dr.Phys.-Math.Sci., Professor, M. Auezov SKU, Shymkent, Kazakhstan

Cand. Phys.-Math.Sci., Associate Professor, M. Auezov SKU, Shymkent, Kazakhstan

Cand.Ped.Sci., Associate Professor, M. Auezov SKU, Shymkent, Kazakhstan

master, senior lecturer, M. Auezov SKU, Shymkent, Kazakhstan

master, lecturer, M. Auezov SKU, Shymkent, Kazakhstan

\*Corresponding author's email: tulegen\_amanbaev@mail.ru

## **INTERACTION OF A TRANSIENT SHOCK WAVE WITH A CAVITY FILLED WITH DISPERSED PARTICLES**

### **Abstract**

The flow of gas in plane shock waves sliding along an impermeable surface in the presence of a rectangular recess on it, in which solid dispersed particles are suspended, is numerically investigated. The equations of mechanics of multiphase media are used to simulate the motion of a gas with particles (gas suspension). At the same time, the gas phase was considered ideal and calorically perfect, and the particles of the dispersed phase were incompressible and monodisperse. Some patterns of the behavior of a dust cloud in a cavity during the interaction of a nonstationary shock wave with a triangular velocity profile with a notch have been established. Velocity vector fields in the vicinity of the cavity are constructed, showing the appearance of vortex flows inside the cavity. It is shown that as a result of the interaction of the shock wave with the recess, dispersed particles, being involved in the gas flow, leave the recess area.

**Keywords:** shock wave, two-phase flow, cavity flow.